

Problème



Dans la banque centrale d'Espagne, les élèves du Professeur tentent de dérober les lingots d'or. Le professeur a pour objectif de récupérer 44000 kilos d'or lors de ce braquage. Pour faciliter le transport du butin ils fondent les lingots pour en faire des petites billes d'or.

Nairobi, durant le braquage, arrive à fondre une quantité Q_1 d'or en kg en fonction du temps, exprimé en heure t , caractérisée par la fonction :

$$Q_1(t) = 3000\sqrt{t} \quad (4)$$

Bogota, lui, arrive à fondre une quantité Q_2 d'or en kg en fonction du temps, exprimé en heure t , caractérisée par la fonction :

$$Q_2(t) = 11t^2 \quad (5)$$

Problématique : Arriveront-ils à fondre les 44000 kilos d'or de la banque d'Espagne en moins de 48 heures ?

1. Indiquer la quantité d'or fondue au bout de 2 heures pour Nairobi.

Il suffit de remplacer t par 2 dans la fonction $Q_1(t)$. On trouve $Q_1(2) = 4242.6kg$

2. Indiquer la quantité d'or fondue au bout de 2 heures pour Bogota.

Il suffit de remplacer t par 2 dans la fonction $Q_2(t)$. On trouve $Q_2(2) = 44kg$

3. En déduire la quantité totale d'or fondue au bout de 2 heures.

Il suffit d'additionner les deux valeurs précédentes. On trouve $44 + 4242.6 = 4286.6kg$.

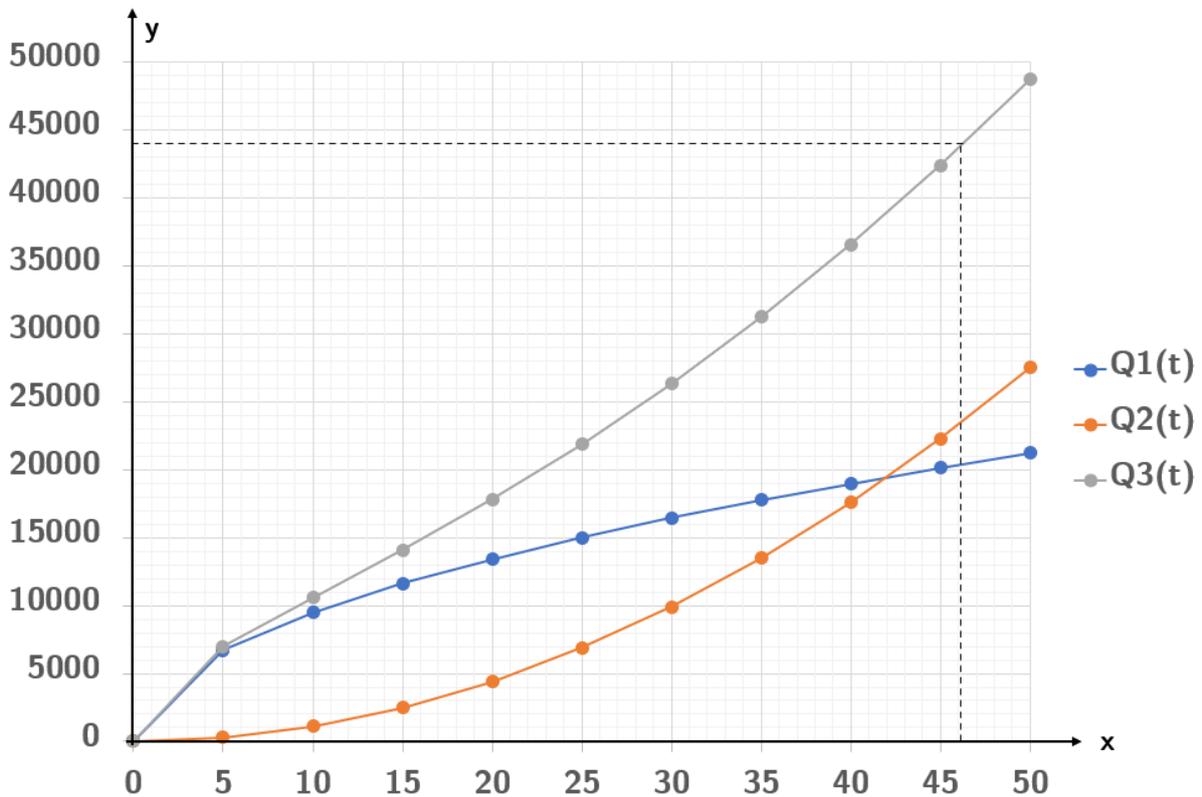
4. Proposer une méthode pour résoudre le problème.

Pour répondre à la problématique on pourrait remplacer dans les fonctions Q_1 et Q_2 la variable t par 48 et vérifier si la somme de ces deux résultats donne une valeur supérieure ou inférieure à 44 000 kg.

5. Compléter le tableau suivant :

t	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$Q_1(t)$	0	6708	9487	11619	13416	15000	16432	17748	18974	20125	21213
$Q_2(t)$	0	275	1100	2475	4400	6875	9900	13475	17600	22275	27500

6. **Construire** le graphique représentatif de ces deux fonctions sur l'intervalle $[0; 50]$. Le faire sur la calculatrice.



7. **Trouver** à l'aide du graphique, à partir de combien de temps Nairobi fond moins d'or que Bogota. Le faire aussi avec la calculatrice.

Il faut regarder l'abscisse du point d'intersection entre les courbes de Q_1 et de Q_2 . On trouve une abscisse de 42. Ainsi on en conclue Nairobi fond moins d'or que Bogota après 42 heures.

8. **Compléter** le tableau de variation de ces deux fonctions sur l'intervalle $[0; 50]$.

t	0	50
Fonction $Q_1(t)$	0	21213

t	0	50
Fonction $Q_2(t)$	0	27500

9. Soit la fonction $Q_3(t)$, qui représente la quantité totale d'or fondue. On a alors sur l'intervalle $[0; 50]$, $Q_3 = Q_1 + Q_2$. **Donner** l'expression de $Q_3(t)$ en fonction de t .

Si $Q_3 = Q_1 + Q_2$, alors on peut écrire que :

$$Q_3(t) = Q_1(t) + Q_2(t) = 300\sqrt{t} + 11t^2$$

10. Compléter le tableau suivant, en vous aidant de la question 5..

t	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$Q_3(t)$	0	6983	10587	14094	17816	21875	26332	31223	36574	42400	48713

11. Quel est le sens de variation de $Q_3(t)$?

La fonction Q_3 est la somme de la fonction Q_1 et de la fonction Q_2 . Les fonctions Q_1 et Q_2 sont des fonctions croissantes alors d'après le cours, la somme de fonctions croissantes donne une fonction croissante. La fonction $Q_3(t)$ est alors une fonction croissante.

12. Rajouter sur la figure la représentation graphique de la fonction Q_3 .

13. Nairobi affirme « Les 44000 kg d'or seront fondu au bout d'environ 46 heures ». A-t-elle raison ? **Justifier** à l'aide du graphique. **Laisser** les traits apparents.

On regarde la courbe $Q_3(t)$, et on vérifie la valeur en abscisse pour une valeur en ordonnée de 44 000 (voir les traits pointillés sur la figure). En abscisse on trouve $x \approx 46$. Cela signifie que les 44 000 kg seront atteints après 46 heures environ. Nairobi a donc raison.

14. Répondre à la problématique à l'aide d'une phrase.

Ils vont arriver à fondre 44000 kg d'or en 46 heures soit en moins de 48 heures. Ils vont donc réussir à accomplir leur mission.