

Statistique et probabilités : Probabilité

2nd MRC

Exercice 1



Soit un jeu de 32 cartes avec 4 couleurs : trèfle, carreau, cœur et pique. Ophélie tire une carte dans le jeu et souhaiterait avoir un « as ».

1. **Expliquer** quelle est, dans ce cas, l'expérience aléatoire réalisée ?

Le résultat de chaque tirage n'est pas prévisible. C'est donc une expérience aléatoire.

2. **Donner** la probabilité d'une tirer n'importe quelle carte dans le jeu.

Il y a 32 cartes différentes. Il y a donc une chance sur 32 de tirer n'importe quelle carte. Soit $P = 1/32$.

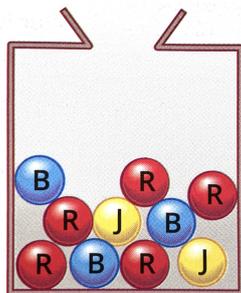
3. **Donner** la probabilité de tomber sur l'évènement « Obtenir un as ».

Il y a dans un jeu 4 as sur les 32. La probabilité de tomber sur un as est $P(As) = 4/32 = 1/8$.

4. **Rédiger** une conclusion par rapport au souhait d'Ophélie.

Ophélie a une chance sur 8 d'exaucer son vœu, ce qui est faible.

Exercice 2



Une urne contient 5 boules rouges, 3 boules bleues et 2 boules jaunes de même taille et indiscernables au toucher.

Un tirage est effectué avec remise. On effectue deux séries de 50 tirages. Le tableau suivant donne les résultats obtenus pour les deux séries de tirage.

	Boules rouges	Boule bleues	Boules jaunes
1er série	23	16	11
2e série	27	14	9

1. Compléter le tableau suivant :

	Fréquences des tirages			
	Boules rouges	Boules bleues	Boules jaunes	Fréquence totale
1er série	23/50=0.56	0.32	0.22	1
2e série	0.54	0.28	0.18	1

2. Compléter la phrase : les fréquences obtenues varient entre **0.18 et 0.56**.

3. Justifier que l'évènement A : « tirer une boule rouge » est celui qui a le plus de chances de se réaliser.

L'évènement qui a le plus de chance de se réaliser est l'évènement dont la fréquence est la plus importante. La fréquence la plus grande est la fréquence de boules rouges. Alors l'évènement « tirer une boule rouge » est celui qui a le plus de chances de se réaliser..

Exercice 3

Une expérience a été réalisée à la Duke University pour mettre en évidence la perception extra sensorielle. Pour cela on a utilisé un jeu de 5 cartes comportant une séries de cinq cartes au motifs suivant :



Le principe général de ces expériences réalisées avec ces cartes est le suivant : un élève prend les cartes avec lui pendant que le deuxième se concentre, sans voir la carte, sur le symbole choisi au hasard par son camarade. Un tableau a été préparé à l'avance pour noter les résultats au fur et à mesure de l'expérience. Il contient le nombre d'échecs et de réussites pour chacun.

Pour un sujet prétendant disposer de dons de perception, on obtient le tableau suivant :

Échec	Réussites
13	12

1. Calculer la probabilité de deviner une des cartes choisies.

Il y a cinq cartes différentes. La probabilité de deviner une des cartes choisies est $P = 1/5$.

2. Calculer la fréquence de réussite au test.

Il y a 12 réussites au test sur 25 essais. Alors la fréquence de réussite est $f = 12/25 = 0.48$.

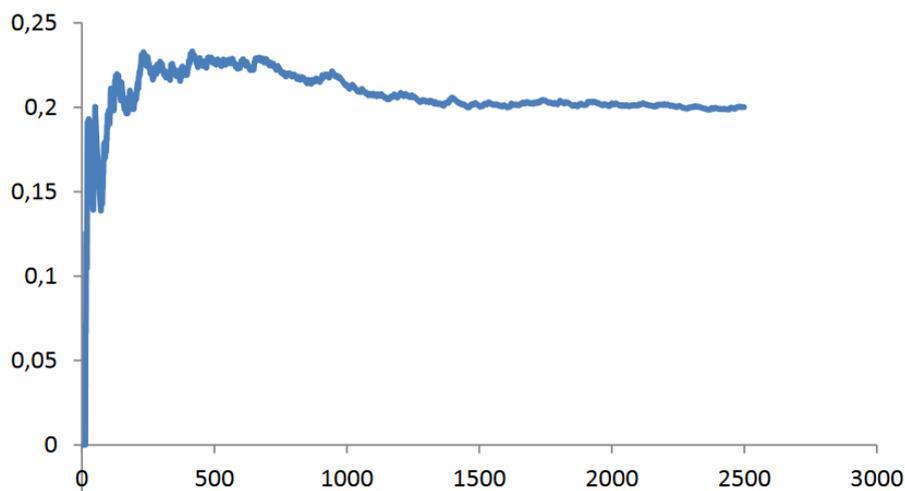
3. Peut-on penser que ce sujet possède des dons de perception ?

La probabilité de deviner est de $1/5 = 0.2$. La fréquence de réussite est de 0.48. Elle est supérieure à la probabilité, donc on peut supposer que le sujet a des dons de perception.

4. Que faire pour en être certain

Pour en être certain, il faut faire un grand nombre d'expérience.

5. On réalise cette expérience avec ce sujet en augmentant le nombre de cartes à chaque fois afin de vérifier ses capacités extra sensorielles. On mesure son taux de réussite qu'on représente dans le graphique ci-dessous.



a) Que représente ce graphique ?

Ce graphique montre l'évolution de la fréquence de réussite en fonction du nombre de fois que l'on fait l'expérience.

b) Quelle est la fréquence de réussite après 2000 tirages ?

Après 2000 tirages on lit sur le graphe que la fréquence est de 0,2.

c) Le candidat a-t-il vraiment un don de perception ?

Après un grand nombre d'expérience on voit que la fréquence est de 0,2. La valeur de cette fréquence est égale à la probabilité de deviner une des cartes choisies (Question 1). Alors on peut en déduire que le sujet n'a pas de don de perception.

Exercice 4

On rappelle qu'un jeu de 32 cartes dispose de quatre séries de huit cartes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as) dans quatre familles (pique, cœur, trèfle, carreau). Lors d'une partie de carte, le joueur qui commence est le joueur qui tire une figure (valet, dame ou roi) dans le jeu de 32 cartes. Chaque carte tirée est remise dans le jeu qui est mélangé.

1. Dire si cette épreuve est aléatoire. **Donner** le nombre d'issues possibles.

On ne peut pas prédire le résultat alors c'est une expérience aléatoire. Il y a 32 issues possibles, une issue par carte différente.

2. Donner la probabilité de tirer une figure.

Il y a dans le jeu 12 figures (trois figures par couleur). La probabilité de tirer une figure est alors de $P(\text{figure}) = 12/32 = 3/8$.

3. Dans le cas où deux joueurs tireraient une figure, c'est le rang (valet, dame ou roi) de la carte tirée qui départage.

a) Donner la probabilité de tirer un roi.

La probabilité de tirer un roi est $P(\text{roi}) = 4/32 = 1/8$, car il y a 4 rois dans le jeu.

b) Donner la probabilité de tirer une figure **autre** qu'un roi.

La probabilité de tirer une figure autre qu'un roi est $P(\text{Pas roi}) = 8/32 = 1/4$.

c) Calculer la somme des probabilités obtenues aux deux questions précédentes. Que remarque-t-on ?

Erreur de question. La question aurait du être la somme entre la probabilité d'avoir un roi et la probabilité de ne pas l'avoir. Soit $1/8 + 7/8 = 1$.

4. Dans le cas où deux joueurs tireraient une figure de même rang, on les départage en attribuant la priorité « pique, cœur, trèfle, carreau ». On s'intéresse donc à la probabilité de tirer le roi de pique. Pour cela on simule à l'ordinateur 10000 tirages.

Au bout de 200 tirages, le roi de pique est sorti 2 fois.

Calculer la fréquence.

Il y a sur 200 tirages, deux fois roi de pique. Alors $f = 2/200 = 1/100 = 0.01$.

5. En observant le graphique ci-dessous, que constate-t-on au bout de 2000 tirages ?

Au bout de 2000 tirages la fréquence tend vers une valeur fixe.

6. Donner, par le calcul, la valeur vers laquelle tend la fréquence.

Lors d'un grand nombre de tirage, la fréquence d'un évènement tend vers la valeur de la probabilité de réalisation de ce même évènement. Ici la probabilité de tirer le roi de pique est $P(\text{roi pique}) = 1/32 \approx 0.03$. Sachant que le nombre de tirage est grand alors la fréquence tend vers la valeur de la probabilité de sortir un roi de pique. La fréquence tend vers la valeur 0.3.

Évolution de l'apparition du roi de pique en fonction du nombre de tirages

